13

# Desigualdades y razonamiento indirecto

## 13.1 DESIGUALDADES

Una desigualdad es una proposición de que las cantidades no son iguales. Si dos cantidades son desiguales, la primera es mayor o menor que la otra. Los símbolos para desigualdad son: $\neq$, que significa distinto de; $>$ que significa mayor que; y $<$ que significa menor que. Así, $4 \neq 3$ se lee como "cuatro es distinto de 3"; $7 > 2$ se lee como "siete es mayor que dos"; y $1 < 5$ se lee como "uno es menor que 5".

Dos desigualdades pueden ser del mismo orden o de orden opuesto. En desigualdades del mismo orden, se utiliza el mismo símbolo de desigualdad; en desigualdades de orden opuesto, se utilizan símbolos de desigualdad opuestos. Así, $5 > 3$ y $10 > 7$ son desigualdades del mismo orden; $5 > 3$ y $7 < 10$ son desigualdades de orden opuesto.

Las desigualdades del mismo orden pueden combinarse de la siguiente manera. Las desigualdades $x < y$ y $y < z$ pueden combinarse como $x < y < z$, lo que indica que $y$ es mayor que $x$ y menor que $z$. Las desigualdades $a > b$ y $b > c$ pueden combinarse como $a > b > c$, lo que indica que $b$ es menor que $a$ y mayor que $c$.

### 13.1A Axiomas de desiguadad

Los *axiomas* son proposiciones que se aceptan como verdaderas sin necesidad de demostración y que se utilizan de la misma manera que los teoremas.

**AXIOMA 1:** *una cantidad puede ser sustituida por su igual en cualquier desigualdad.*

Así, si $x > y$ y $y = 10$, entonces $x > 10$.

**AXIOMA 2:** *si la primera de tres cantidades es mayor que la segunda, y la segunda es mayor que la tercera, entonces la primera es mayor que la tercera.*

Así, si $x > y$ y $y > z$, entonces $x > z$.

**AXIOMA 3:** *el todo es mayor que cualquiera de sus partes.*

Así, $AB > AM$ y $m\angle BAD > m\angle BAC$ en la figura 13-1.

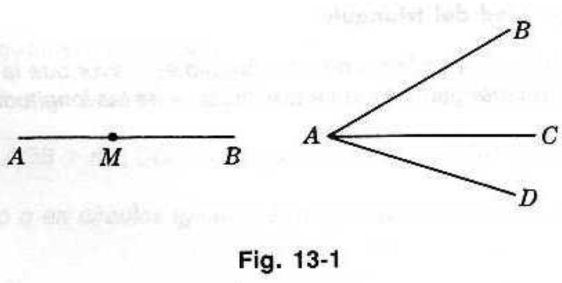



Fig. 13-1

### 13.1B Axiomas de desigualdades de operaciones

**Axioma 4:** *si iguales se suman a desiguales, las sumas son desiguales del mismo orden.*

Como $5 > 4$ y $4 = 4$, se sabe que $5 + 4 > 4 + 4$ (o $9 > 8$). Si $x - 4 < 5$, entonces $x - 4 + 4 < 5 + 4$ o $x < 9$.

**Axioma 5:** *si desiguales se suman a desiguales del mismo orden, las sumas son desiguales del mismo orden.*

Como $5 > 3$ y $4 > 1$, se tiene $5 + 4 > 3 + 1$ (o $9 > 4$). Si $2x - 4 < 5$ y $x + 4 < 8$, entonces $2x - 4 + x + 4 < 5 + 8$ o $3x < 13$.

**Axioma 6:** *si iguales se sustraen de desiguales, las diferencias son desiguales del mismo orden.*

Como $10 > 5$ y $3 = 3$, se tiene $10 - 3 > 5 - 3$ (o $7 > 2$). Si $x + 6 < 9$ y $6 = 6$, entonces $x + 6 - 6 < 9 - 6$ o $x < 3$.

**Axioma 7:** *si desiguales se sustraen de iguales, las diferencias son desiguales de orden opuesto.*

Como $10 = 10$ y $5 > 3$, se tiene $10 - 5 < 10 - 3$ (o $5 < 7$). Si $x + y = 12$ y $y > 5$, entonces $x + y - y < 12 - 5$ o $x < 7$.

**Axioma 8:** *si desiguales se multiplican por el mismo número positivo, los productos son desiguales del mismo orden.*

Así, si $\frac{1}{4}x < 5$, entonces $4(\frac{1}{4}x) < 4(5)$ o $x < 20$.

**Axioma 9:** *si desiguales se multiplican por el mismo número negativo, los resultados son desiguales de orden opuesto.*

Así, si $\frac{1}{2}x < 5$, entonces $(-2)(\frac{1}{2}x) > (-2)(5)$ o $(-x > -10$ o $x < 10$.

**Axioma 10:** *si desiguales se dividen entre el mismo número positivo, los resultados son desiguales del mismo orden.*

Así, si $4x > 20$, entonces $\frac{4x}{4} > \frac{20}{4}$ o $x > 5$.

**Axioma 11:** *si desiguales se dividen entre el mismo número negativo, los resultados son desiguales de orden opuesto.*

Así, si $-7x < 42$, entonces $\frac{-7x}{-7} > \frac{42}{-7}$ o $x > -6$.

### 13.1C Postulado de desigualdad

**Postulado 1:** *la longitud de un segmento de línea es la distancia más corta entre dos puntos.*

### 13.1D Teoremas sobre la desigualdad del triángulo

**Principio 1:** *la suma de las longitudes de dos lados de un triángulo es mayor que la longitud del tercer lado.* (Corolario: *la longitud del lado más corto de un triángulo es menor que la suma de las longitudes de los otros dos lados y mayor que su diferencia.*)

Así, en la figura 13-2, $BC + CA > AB$.

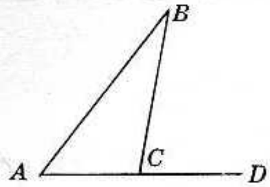


**Fig. 13-2**

PRINCIPIO 2: *en un triángulo, un ángulo exterior es mayor que cualquier ángulo interior no adyacente al exterior.*
Así, en la figura 13-2, $m\angle BCD > m\angle BAC$ y $m\angle BCD > m\angle ABC$.

PRINCIPIO 3: *si las longitudes de dos lados de un triángulo son desiguales, los ángulos opuestos a estos lados son desiguales, siendo el ángulo mayor opuesto al lado mayor.* (Corolario: *el ángulo mayor de un triángulo es opuesto al lado mayor.*)
Así, en la figura 13-2, si $BC > AC$, entonces $m\angle A > m\angle B$.

PRINCIPIO 4: *si dos ángulos de un triángulo son desiguales, las longitudes de los lados opuestos a estos ángulos son desiguales, siendo el lado mayor opuesto al ángulo mayor.* (Corolario: *el lado mayor de un triángulo es opuesto al ángulo mayor.*)
Así, en la figura 13-2, si $m\angle A > m\angle B$, entonces $BC > AC$.

PRINCIPIO 5: *la perpendicular desde un punto a una línea es el segmento más corto desde el punto a la línea.*
Así, en la figura 13-3, si $\overline{PC} \perp \overline{AB}$ y $\overline{PD}$ es cualquier otra línea desde $P$ a $\overline{AB}$, entonces $PC < PD$.

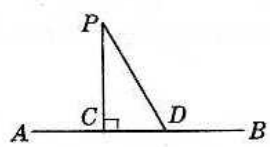


**Fig. 13-3**

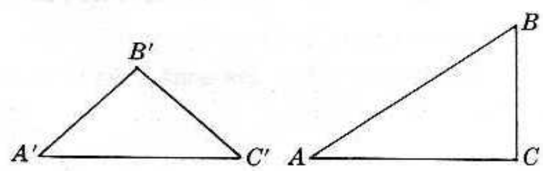


**Fig. 13-4**

PRINCIPIO 6: *si dos lados de un triángulo son congruentes con dos lados de otro triángulo, el triángulo que tiene el ángulo mayor tiene el tercer lado mayor.*

Así, en la figura 13-4, si $BC = B'C'$, $AC = A'C'$, y $m\angle C > m\angle C'$, entonces $AB > A'B'$.

PRINCIPIO 7: *si dos lados de un triángulo son congruentes con dos lados de otro triángulo, el triángulo que tiene el tercer lado tiene el ángulo mayor opuesto a este lado.*

Así, en la figura 13-4, si $BC = B'C'$, $AC = A'C'$, y $AB > A'B'$, entonces $m\angle C > m\angle C'$.

### 13.1E Teoremas sobre la desigualdad del círculo

PRINCIPIO 8: *en el mismo círculo o en círculos iguales, al mayor ángulo central le corresponde el mayor arco.*

Así, en la figura 13-5, si $m\angle AOB > m\angle COD$, entonces $m\widehat{AB} > m\widehat{CD}$.

PRINCIPIO 9: *en el mismo círculo o en círculos iguales, al mayor arco le corresponde el mayor ángulo central* (éste es el converso del principio 8).

Así, en la figura 13-5, si $m\widehat{AB} > m\widehat{CD}$, entonces $m\angle AOB > m\angle COD$.

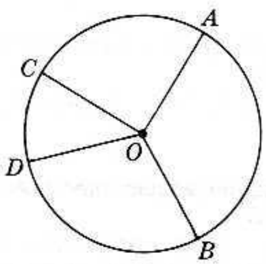



**Fig. 13-5**

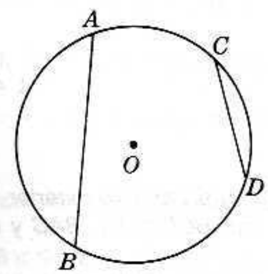



**Fig. 13-6**

**PRINCIPIO 10:** *en el mismo círculo o en círculos iguales, a la mayor cuerda le corresponde el mayor arco menor.*

Así, en la figura 13-6, si $AB > CD$, entonces $m\widehat{AB} > m\widehat{CD}$.

**PRINCIPIO 11:** *en el mismo círculo o en círculos iguales, al mayor arco menor le corresponde la mayor cuerda* (éste es el converso del principio 10).

Así, en la figura 13-6, si $m\widehat{AB} > m\widehat{CD}$, entonces $AB > CD$.

**PRINCIPIO 12:** *en el mismo círculo o en círculos iguales, la cuerda mayor está a la menor distancia del centro.*

Así, en la figura 13-7, si $AB > CD$, entonces $OE < OF$.

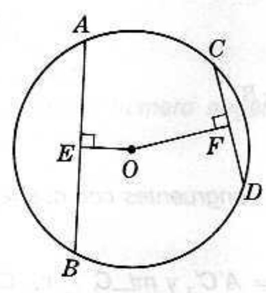



**Fig. 13-7**

**PRINCIPIO 13:** *en el mismo círculo o en círculos iguales, la cuerda que está a la menor distancia del centro es la cuerda mayor.* (Éste es el converso del principio 12.)

Así, en la figura 13-7, si $OE < OF$, entonces $AB > CD$.

## PROBLEMAS RESUELTOS

### 13.1 ELECCIÓN DE SÍMBOLOS DE DESIGUALDAD

Determine el símbolo de desigualdad, $>$ o $<$, que hace verdaderas las siguientes:

| | | |
|---|---|---|
| (*a*) 5 __?__ 3 | (*c*) −5 __?__ 3 | *e*) Si $x = 3$, entonces $x^2$ __?__ $x$. |
| *b*) 6 __?__ 9 | (*d*) −5 __?__ −3 | (*f*) Si $x > 10$, entonces 10 __?__ $x$. |

**Soluciones**

(*a*) $>$ (*b*) $<$ (*c*) $<$ (*d*) $<$ (*e*) $>$ (*f*) $<$

### 13.2 Aplicación de Axiomas Sobre Desigualdades

Complete cada una de las siguientes proposiciones:

(*a*) Si $a > b$ y $b > 8$, entonces $a$ __?__ 8.

(*b*) Si $x > y$ y $y = 15$, entonces $x$ __?__ 15.

(*c*) Si $c < 20$ y $d < 5$, entonces $c + d$ __?__ 25.

(*d*) Si $x > y$ y $y > 6$, entonces $x$ __?__ $y$ __?__ 6.

(*e*) Si $x > y$, entonces $\frac{1}{2}x$ __?__ $\frac{1}{2}y$.

(*f*) Si $e < \frac{1}{4}f$, entonces $4e$ __?__ $f$.

(*g*) Si $-y < z$, entonces $y$ __?__ $-x$.

(*h*) Si $-4x > p$, entonces $x$ __?__ $-\frac{1}{4}p$.

(*i*) Si Paul y Jack tienen la misma cantidad de dinero y Paul gasta más que Jack, entonces Paul tendrá __?__ que Jack.

(*j*) Si Anne es ahora mayor que Helen, entonces hace 10 años Anne era __?__ que Helen.

**Soluciones**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (*a*) $>$ | (*c*) $<$ | (*e*) $>$ | (*g*) $>$ | (*i*) menos |
| (*b*) $>$ | (*d*) $>,>$ | (*f*) $<$ | (*h*) $<$ | (*j*) mayor |

### 13.3 Aplicación de Teoremas Sobre la Desigualdad del Triángulo (Fig. 13-8)

(*a*) Determine los valores enteros que puede tener la longitud del lado $a$ de un triángulo si los otros dos lados tienen longitudes 3 y 7.

(*b*) Determine cuál es el mayor lado de un triángulo si dos ángulos miden 59° y 60°.

(*c*) Determine cuál es el mayor lado del paralelogramo $ABCD$ si $E$ es el punto medio de las diagonales y $m\angle AEB > m\angle AED$.

**Soluciones**

(*a*) Como $a$ debe ser menor que $3 + 7 = 10$ y mayor que $7 - 3 = 4$, $a$ puede tener los valores enteros de 5, 6, 7, 8, 9.

(*b*) Como $m\angle B = 59°$ y $m\angle C = 60°$, $m\angle A = 180° - (59° + 60°) = 61°$. Ahora bien, el lado mayor es opuesto al ángulo mayor, $\angle A$, de modo que el lado mayor es $BC$.

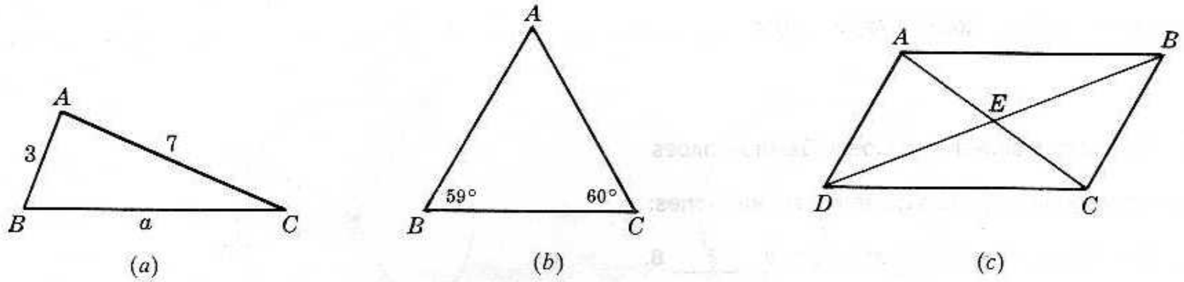



**Fig. 13-8**

(*c*) En el $\square ABCD$, $AE = CE$ y $DE = EB$. Como $m\angle AEB > m\angle AED$, $AB > AD$ o $AB$ ($= DC$) es el lado mayor. (Principio 6)

## 13.4 Aplicación de Teoremas Sobre la Desigualdad del Círculo

En la figura 13-9, compare

(*a*) $OD$ y $OF$ si $\angle C$ es el ángulo más grande del $\triangle ABC$

(*b*) $AC$ y $BC$ si $m\widehat{AC} > m\widehat{BC}$

(*c*) $m\widehat{BC}$ y $m\widehat{AC}$ si $OF > OE$

(*d*) $m\angle AOB$ y $m\angle BOC$ si $m\widehat{AB} > m\widehat{BC}$

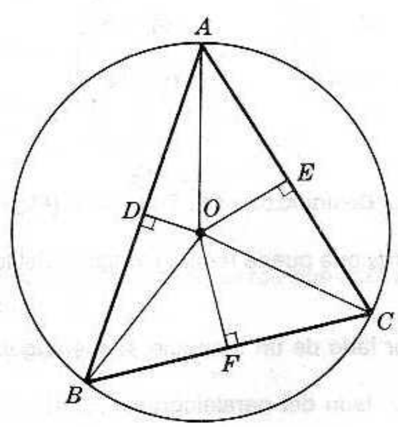



**Fig. 13-9**

**Soluciones**

(*a*) Como $\angle C$ es el mayor ángulo del triángulo, $\overline{AB}$ es el mayor lado, o $AB > BC$; por lo que $OD < OF$ por el principio 12.

(*b*) Como $m\widehat{AC} > m\widehat{BC}$, $AC > BC$, al mayor arco le corresponde la mayor cuerda.

(*c*) Como $OF > OE$, $BC < AC$ por el principio 13; por lo que $m\widehat{BC} < m\widehat{AC}$ por el principio 10.

(*d*) Como $m\widehat{AB} > m\widehat{BC}$, $m\angle AOB > m\angle BOC$, al mayor arco le corresponde el mayor ángulo central.

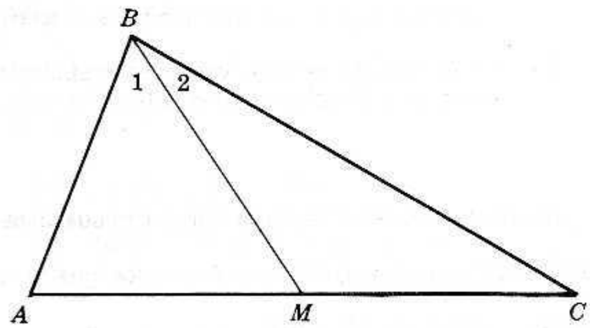
## 13.5 Resolución de un Problema Sobre Desigualdades

Demuestre que en el $\triangle ABC$, si $M$ es el punto medio de $\overline{AC}$ y $BM > AM$, entonces $m\angle A + m\angle C \; m\angle B$.

**Dados:** $\triangle ABC$, $M$ es el punto medio de $AC$.
$BM > AM$

**Demuestre que:** $m\angle A + m\angle C > m\angle B$

**Plan:** demuestre $m\angle A > m\angle 1$ y $m\angle C > m\angle 2$ y después sume desiguales.




**DEMOSTRACIÓN:**

| Proposiciones | Argumentos |
|---|---|
| 1. $M$ es el punto medio de $\overline{AC}$ | 1. Dado |
| 2. $\overline{AM} \cong \overline{MC}$ | 2. Un punto medio divide a una línea en dos partes congruentes |
| 3. $BM > AM$ | 3. Dado |
| 4. $BM > MC$ | 4. Una cantidad puede ser sustituida por su igual en cualquier desigualdad. Definición de segmentos congruentes. |
| 5. En el $\triangle AMB$, $m\angle A > \angle 1$<br>En el $\triangle BMC$, $m\angle C > \angle 2$ | 5. En un triángulo, el mayor ángulo está opuesto al mayor lado. |
| 6. $m\angle A + m\angle C > m\angle B$ | 6. Si desiguales se suman a iguales, las sumas son desiguales del mismo orden |

## 13.2 RAZONAMIENTO INDIRECTO

Muchas veces se llega a una conclusión correcta por medio de razonamiento *indirecto*. En esta forma de razonamiento, se llega a la conclusión correcta eliminando todas las conclusiones posibles excepto una. La posibilidad restante debe ser la correcta. Supóngase que se dan los años 1492, 1809 y 1990 y se asegura que en uno de estos años nació un presidente de Estados Unidos. Eliminando a 1492 y a 1990 por imposibles, se sabe por medio del razonamiento indirecto, que 1809 es la respuesta correcta. (Si se hubiera sabido que Lincoln nació en 1809, el razonamiento hubiera sido directo.)

Cuando se demuestra un teorema por medio del razonamiento indirecto, se puede eliminar una conclusión posible si se supone que ésta es verdadera y este supuesto resulta en una contradicción de algún hecho dado conocido.

## PROBLEMAS RESUELTOS

### 13.6 APLICACIÓN DEL RAZONAMIENTO INDIRECTO EN SITUACIONES REALES

Explique cómo se puede utilizar el razonamiento indirecto en cada una de las siguientes situaciones:

(*a*) Un detective determina quién es el asesino de una persona.

(*b*) Un bibliotecario determina qué volumen de un conjunto de libros está en uso.

**Soluciones**

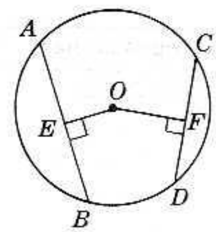
(*a*) El detective, utilizando una lista de todos los sospechosos de asesinato en el caso, elimina a todos excepto uno. Concluye que el que queda es el asesino.

(*b*) El bibliotecario localiza, viendo en los estantes y revisando los registros, todos los libros del conjunto excepto uno. Concluye que el faltante es el que está en uso.

### 13.7 DEMOSTRACIÓN DE UN TEOREMA SOBRE DESIGUALDADES POR EL MÉTODO INDIRECTO

Demuestre que en el mismo círculo o en círculos iguales, cuerdas desiguales están a distancias desiguales del centro.

**Dado:** círculo $O$, $\overline{AB} \neq \overline{CD}$
$\overline{OE} \perp \overline{AB}$, $\overline{OF} \perp \overline{CD}$
**Demuestre que:** $OE \neq OF$
**Plan:** suponga que la otra conclusión posible $OE = OF$ es verdadera, y llegue a una contradicción




**DEMOSTRACIÓN:**

| Proposiciones | Argumentos |
|---|---|
| 1. Cualquier $OE = OF$ u $OE \neq OF$. | 1. Dos cantidades son iguales o son distintas. |
| 2. Suponga que $OE = OF$. | 2. Ésta es una de las conclusiones posibles. |
| 3. Si $OE = OF$, entonces $AB = CD$. | 3. En el mismo círculo o en círculos iguales, las cuerdas que distan del centro distancias iguales son iguales. |
| 4. Pero $AB \neq CD$ | 4. Dado |
| 5. El supuesto $OE = OF$ no es válido | 5. No conduce a una contradicción |
| 6. Por lo que $OE \neq OF$. | 6. Ésta es la única posibilidad restante |

## Problemas complementarios

**1.** Determine qué símbolo de desigualdad, > o <, hace verdadera cada una de las siguientes:

(*a*) Si $y > 15$, entonces 15 __?__ $y$.

(*b*) Si $x = 2$, entonces $3x - 1$ __?__ 4.

(*c*) Si $x = 2$ y $y = 3$, entonces $xy$ __?__ 5.

(*d*) Si $a = 4$ y $b = \frac{1}{4}$, entonces $a/b$ __?__ 15.

(*e*) Si $a = 5$, entonces $a^2$ __?__ $4a$.

(*f*) Si $b = \frac{1}{2}$, entonces $b^2$ __?__ $b$.

**2.** Complete cada uno de los siguientes enunciados: (13.2)

(*a*) Si $y > x$ y $x = z$, entonces $y$ ___?___ $z$.

(*b*) Si $a + b > c$ y $b = d$, entonces $a + d$ ___?___ $c$.

(*c*) Si $a < b$ y $b < 15$, entonces $a$ ___?___ 15.

(*d*) Si $z > y$, $y > x$, y $x = 10$, entonces $z$ ___?___ 10.

**3.** Complete cada uno de los siguientes enunciados acerca de la figura 13-10: (13.2)

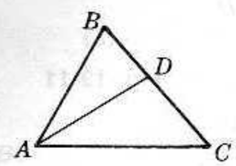



**Fig. 13-10**

(*a*) $BC$ ___?___ $BD$

(*b*) $m\angle BAD$ ___?___ $m\angle BAC$

(*c*) $\triangle ADC$ ___?___ $\triangle ABC$

(*d*) Si $m\angle A = m\angle C$, entonces $AB$ ___?___ $BD$.

**4.** Complete cada uno de los siguientes enunciados: (13.2)

(*a*) Si Mary y Ann reciben semanalmente el mismo salario y Mary va a recibir un aumento mayor que Ann, entonces Mary ganará ___?___ que lo que gana Ann.

(*b*) Si Berenice, que tiene el mismo peso que Helen, baja de peso más que Helen, entonces Berenice pesará ___?___ de lo que pesa Helen.

**5.** Complete cada uno de los siguientes enunciados: (13.2)

(*a*) Si $a > 3$, entonces $4a$ ___?___ 12.

(*b*) Si $x - 3 > 15$, entonces $x$ ___?___ 18.

(*c*) Si $3x < 18$, entonces $x$ ___?___ 6.

(*d*) Si $f > 8$, entonces $f + 7$ ___?___ 15.

(*e*) Si $x = y$, entonces $x + 5$ ___?___ $y + 6$.

(*f*) Si $g = h$, entonces $g - 10$ ___?___ $h - 9$.

**6.** ¿Cuál de los siguientes conjuntos de números puede representar las longitudes de los lados de un triángulo? (13.3)

(*a*) 3, 4, 8 (*b*) 5, 7, 12 (*c*) 3, 4, 6 (*d*) 2, 7, 8 (*e*) 50, 50, 5

**7.** ¿Qué valores enteros puede tener la longitud del tercer lado de un triángulo si dos lados tienen longitudes (*a*) 2 y 6; (*b*) 3 y 8; (*c*) 4 y 7; (*d*) 4 y 6; (*e*) 4 y 5; (*f*) 7 y 7? (13.3)

**8.** En la figura 13-11, ordene, en forma descendente, (*a*) los ángulos del $\triangle ABC$; (*b*) los lados del $\triangle DEF$; (*c*) los ángulos 1, 2 y 3. (13.3)

**9.** (*a*) En el cuadrilátero $ABCD$ de la figura 13-12, compare $m\angle BAC$ y $m\angle ACD$ si $AB = CD$ y $BC > AD$.

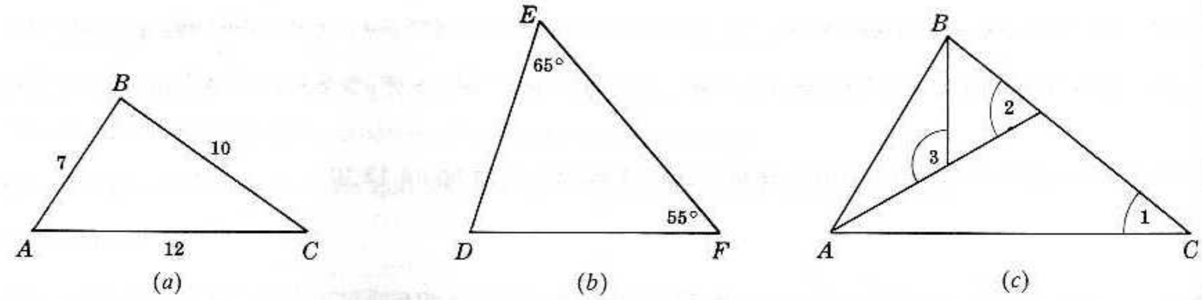



Fig. 13-11

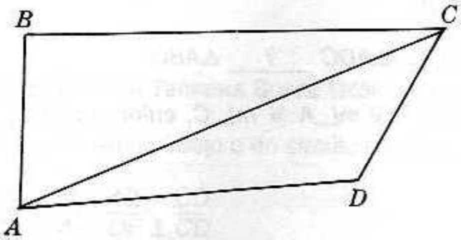



Fig. 13-12

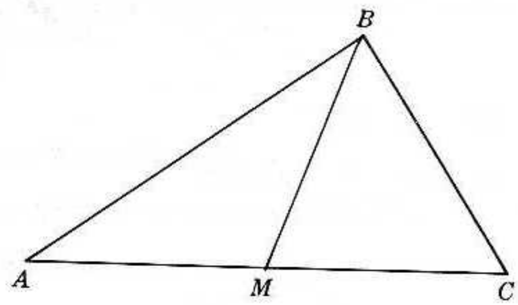



Fig. 13-13

(*b*) En el $\triangle ABC$ de la figura 13-13, compare $AB$ y $BC$ si $\overline{BM}$ es la mediana sobre $\overline{AC}$ y $m\angle AMB > m\angle BMC$. (13.3)

**10.** Ordene en forma descendente, (13.4)

(*a*) Los lados del $\triangle ABC$ en la figura 13-14

(*b*) Los ángulos centrales $AOB$, $BOC$, y $AOC$ de la figura 13-14

(*c*) Los lados del trapezoide $ABCD$ en la figura 13-15

(*d*) Las distancias de los lados del $\triangle DEF$ al centro en la figura 13-16

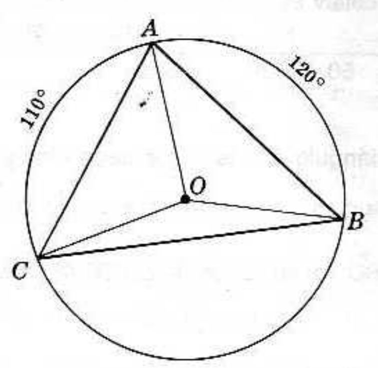



Fig. 13-14

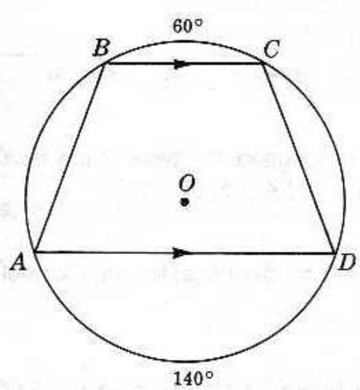



Fig. 13-15

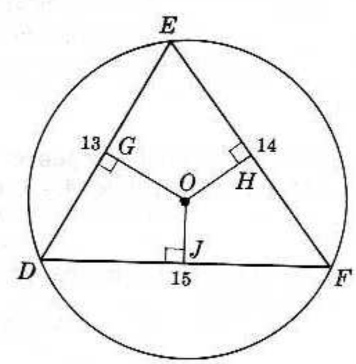
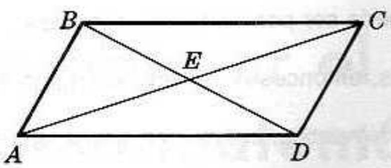


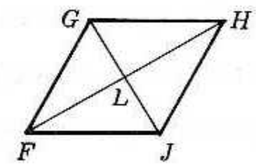

Fig. 13-16

**11.** Demuestre lo solicitado en la figura 13-17. (13.5)

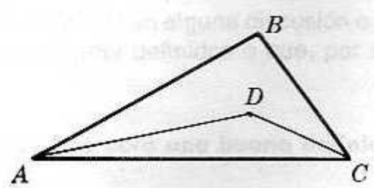
(*a*) **Dado:** paralelogramo *ABCD*
$AC > BD$
**Demuéstrese:** $m\angle BDA > m\angle CAD$



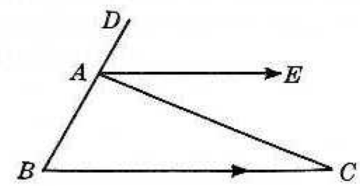
(*b*) **Dado:** Rombo *FGHJ*
$m\angle G > m\angle F$
**Demuéstrese:** $FL > GL$



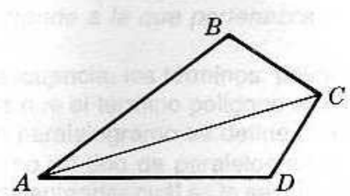
(*c*) **Dado:** $\overline{AD}$ bisectriz de $\angle A$
$\overline{CD}$ bisectriz de $\angle C$, $AB > BC$
**Demuéstrese:** $AD > CD$



(*d*) **Dado:** $\overrightarrow{AE} \parallel \overrightarrow{BC}$
$m\angle DAE > m\angle EAC$
**Demuéstrese:** $AC > AB$



(*e*) **Dado:** cuadrilátero *ABCD*
$AB > BC$, $AD > CD$
**Demuéstrese:** $m\angle C > m\angle A$



(*f*) **Dado:** $AB = AC$
**Demuéstrese:** $BD > CD$

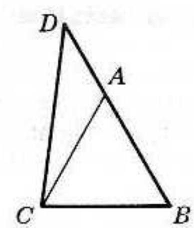


**Fig. 13-17**

**12.** Explique cómo se utiliza el razonamiento indirecta en cada una de las siguientes situaciones. (13.6)

(*a*) Una persona determina cuál de sus corbatas tomó prestada su compañero de cuarto.

(*b*) Una niña determina que el motor eléctrico de su tren no está defectuoso a pesar de que su tren de juguete no funciona.

(*c*) Un profesor identifica cuál de sus estudiantes no hizo la tarea asignada.

(*d*) Un mecánico encuentra la razón por la que el acumulador de un automóvil no funciona.

(*e*) Una persona acusada de un crimen prueba su inocencia por medio de una coartada.

13. Demuestre cada uno de los siguientes: (13.7)

(*a*) Los ángulos en la base de un triángulo isósceles no pueden ser ángulos rectos.

(*b*) Un triángulo escaleno no puede tener dos ángulos congruentes.

(*c*) La mediana sobre la base de un triángulo escaleno no puede ser perpendicular a la base.

(*d*) Si las diagonales de un paralelogramo no son congruentes, entonces no es un rectángulo.

(*e*) Si una diagonal de un paralelogramo no bisecta un ángulo del vértice, entonces el paralelogramo no es un rombo.

(*f*) Si dos ángulos de un triángulo son distintos, los lados opuestos a éstos son distintos, siendo el lado mayor opuesto al ángulo mayor.